Vendredi 9 juin - Histoire et Philosophie de l'algèbre.

10h-10h50 : P. Cantù ; L'introduction des éléments idéaux en mathématiques : une définition corrélative.

Résumé : Dans la pratique mathématique ainsi que dans la réflexion philosophique sur les mathématiques, on parle souvent des éléments idéaux, comme les nombres infiniment petits, infiniment grands, hypercomplexes. Le terme idéal est employé selon des significations différentes qui méritent d'être clarifiées. Pour contribuer à une distinction plus fine, on analysera ce terme comme corrélatif du terme réel et on évaluera certaines implications ontologiques, mais surtout épistémologiques et méthodologiques des concepts dénotés.

10h50-11h00 : Pause-café.

11h00-11h50 : B. Granier ; La théorie des catégories et les fondements des mathématiques.

Résumé : William Lawvere a proposé deux façons de fonder les mathématiques sur la théorie des catégories ; la première consiste à définir la catégorie des ensembles de façon axiomatique dans la théorie des catégories (article *"An elementary theory of the category of sets"*) ; la seconde consiste à axiomatiser la catégorie des catégories, dans laquelle on déduit ensuite la théorie des ensembles comme théorie des catégories discrètes, i.e. catégories dont les seules flèches sont les identités ; ce travail est présenté dans l'article "*The category of categories as a foundation for mathematics*" (1966). Nous verrons pourquoi Lawvere considère que la seconde façon est meilleure, et pourquoi les fondements catégoriques rendent, selon lui, un meilleur compte de la nature des mathématiques contemporaines, que les fondements ensemblistes.

11h50-12h40 : Nada Feghaly ; Réflexions grangériennes sur les mathématiques.

Résumé : Défenseur d'une position qu'il aime qualifier de « réalisme bien tempéré », Granger souhaite éviter deux conceptions extrêmes en philosophie des mathématiques : le platonisme qui attribue une existence réelle aux entités mathématiques et le constructivisme qui conçoit ces entités

comme pures créations du mathématicien. Pour définir, ou du moins cerner ce réalisme dit bien tempéré, on introduira quelques concepts fondamentaux dans la philosophie de Granger. Seront notamment retenus la dualité - concept qui explique la genèse des objets mathématiques - et la virtualité - concept qui détermine leur mode d'existence.

12h40-14h30 : Déjeuner.

14h30-15h20 : S. Maronne ; Claude Berge et la combinatoire.

15h20- 16h10 F. Patras ; Phénoménologie des relations : algèbre et combinatoire.

Résumé : La phénoménologie parle des phénomènes, et plus précisément de notre rapport aux phénomènes et de sa structure. Dans le contexte mathématique, elle donne des outils pour décrire notre rapport aux objets, aux idées, aux preuves mathématiques, mais permet aussi de parler des processus d'apprentissage ou encore de l'histoire des mathématiques (à la fois dans son aspect intrinsèque : comment se constituent les mathématiques, et dans son aspect structurel : que peut-être, que doit-être une histoire des mathématiques qui prenne en compte toutes les dimensions de notre rapport au passé et aux théories constituées ?). On abordera quelques-une de ces questions, dans le contexte de la combinatoire et de l'algèbre, et en relation aux autres exposés.

16h10-16h30 : Pause-café.

16h30-18h : Table ronde (Constitution du réseau : problématiques et perspectives communes).

Samedi 10 juin: Didactique de l'algèbre et interdisciplinarité

9h-9h50 : Th. Hausberger ; Phénoménologie didactique du structuralisme algébrique.

Résumé : Freudenthal a introduit l'idée d'une phénoménologie didactique : les structures mathématiques sont des principes organisateurs de

phénomènes qu'il s'agit d'identifier, ainsi que les « objets mentaux » associés, comme étape préliminaire à la construction de situations d'apprentissages. Je vais illustrer ce propos, dans le cas de l'algèbre abstraite et en relation avec la dialectique des concepts de Lautman et Cavailles, munie de ses deux mouvements d'abstraction (l'idéalisation et la thématisation). Il s'agit d'une part d'étudier le processus de conceptualisation, par un apprenant, d'une structure mathématique définie axiomatiquement, et mettre en regard « épistémologie expérimentale » et épistémologie historique ; d'autre part, de rendre compte du travail du didacticien qui élabore des situations fondamentales pour le sens des concepts, construit des milieux d'apprentissage favorisant l'acquisition des connaissances, enfin en évalue les effets produits.

9h50-10h40 : J. Jovignot ; Les praxéologies structuralistes : un outil pour l'analyse de la pratique mathématique en algèbre abstraite.

Résumé : La notion de praxéologie, introduite par Chevallard dans le cadre de la théorie anthropologique du didactique, est un outil pour décrire toute activité humaine, en particulier l'activité mathématique. Cette notion a été prolongée par celle de praxéologie structuraliste introduite par Hausberger pour l'étude didactique des pratiques en algèbre abstraite. De part la nature épistémologique du concept d'idéal, que nous détaillerons, nous montrerons la pertinence de la notion de praxéologie structuraliste pour une analyse didactique de ce concept. Nous verrons, à l'aide d'exemples, ce qu'une analyse praxéologique apporte comme informations sur les choix de transposition didactique opérés par les mathématiciens, mais également en quoi elle peut amener à approfondir l'analyse épistémologique.

10h40-11h : Pause-café.

11h-12H30 : Table ronde - Interdisciplinarité et didactique.

Interventions de

- Jean-Yves Briend (L'enseignement des mathématiques à l'université),
- Gabriella Crocco (Logique, langage et calcul. Expérience d'enseignement des mathématiques dans la licence Sciences et Humanités à Aix-Marseille),
- Viviane Durand-Guerrier (Logique, langage et apprentissage mathématiques - regards croisés Didactique et Philosophie).